**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Средняя общеобразовательная школа № 18 с углубленным изучением предметов им. О.П. Табакова»**

**Фрунзенского района г. Саратова.**

Секция 01. Физико-математические науки

Математика и биология

Подготовила Гасанова Камила

Ученица 11 “А” класса

МАОУ “СОШ №18 УИП им. О. П. Табакова”

Научный руководитель

Учитель математики

Варнек Татьяна Викторовна

Г.Саратов

2022 г.

 СОДЕРЖАНИЕ:

I. Введение

II. Основная часть:

III. Заключение

IV. Список источников информации

I. Введение

Современная наука характеризуется использованием точных математических методов в различных областях. Эти методы проникли во многие другие области знаний, включая экономику, лингвистику, психологию и биологию. С одной стороны, это использование современных компьютерных технологий для быстрой обработки результатов биологических экспериментов, а с другой - создание математических моделей, описывающих различные биологические системы и процессы, происходящие в них. Биология не только служит местом применения математических методов, но и становится все более важным источником новых математических проблем.

Некоторые связи между биологией и математикой стали очень привычными. В основном это относится к изучению генетики и демографии. Если все еще трудно говорить о математической биологии в целом как о устоявшейся науке, то точно так же, как математическая генетика, несомненно, стала довольно хорошо сформированной дисциплиной, математические методы были прочно включены десятилетия назад в изучение динамики популяций и в изучение взаимоотношений между популяциями животных, которые образуют сообщества. Наконец, широкое использование математической статистики и различных методов математической обработки результатов экспериментов уже стало традиционным для биологии в целом.

II. Основная часть:

Начну с того, что большинство биологических работ носит описательный характер. При описании растений и животных рассматривается их форма, размер, цвет, распространение, поведение, сходство с другими организмами и отличие от них и тому подобное. Обычно такой описательный метод носит естественный характер, но по мере того, как наблюдения становились более точными и обширными, появилась возможность применения математического языка для описания многообразия форм жизни.

Примером тому может послужить описание гексагональных образований в архитектуре ячеек медовых сотов . Еще Иоганн Кеплер в 17 веке доказал, что пространственная симметрия медовых сотов должна привести к расположению плоскостей и углов, наблюдаемому в правильном ромбо-додекаэдре. И впоследствии оказалось, что такое тело имеет оптимальные свойства, а именно площадь его поверхности при определенных условиях минимальна. И на данном основании ученые предположили, что пчела осознанно выбирает определенную форму сотов ,чтобы сэкономить воск. Но после геометрическая форма сотов была уточнена и это предположение пришлось изменить. Так, наблюдаемый ромбо-додекаэдр содержит ряд гексагональных призм с ромбодиальными пирамидами в качестве оснований. Допустим теперь, что основанием служит плоскость, можно доказать, что такое тело будет всего на 2% менее эффективным. Вряд ли можно предположить,что пчела производит настолько точные вычисления.

Но все же основная ценность таких исследований в том, что они иллюстрируют огромную силу математического описания .
Отыскание в данном случае правильного многогранника так удачно описывающего объект, встречающийся в природе, доставляет нам не только определённое эстетическое удовольствие. Такого рода модель служит полезной основой для дальнейших рассуждений и исследований.

Следует отметить также, что такой подход обладает большой эффективностью и гибкостью, несмотря на то что математическая модель является лишь апрокастимацией действительности. В самом деле, если бы модель слишком точно имитировала реальную действительность, математические выражения оказались бы чрезмерно сложными их обработка была бы связана с непреодолимыми трудностями.

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Физическое моделирование применяется при исследовании самых разнообразных биологических и медицинских явлений: взаимодействия между видами, эволюционного поведения генети ческих систем, распространения и повторных вспышек эпидемий, функционирования нейронных сетей и других физиологических систем и т. п.

Термин «метод Монте-Карло» часто используется как синоним «стохастического моделирования» (на вычислительных машинах), хотя первоначально он отражал логически совсем иную идею. Выше мы говорили о физическом моделировании, при котором реализации стохастической модели по своей физической природе были точно такими же, как и явления в моделируемом объекте. В отличие от такого физического моделирования метод Монте Карло (происхождение этого термина довольно очевидно) был разработан в годы второй мировой войны для решения вероятностными методами очень сложных математических уравнений, получающихся главным образом в чисто детерминистских задачах. Метод Монте-Карло состоит в отыскании такой вероятностной задачи, решение которой приводит к тем же уравнениям, что и исследуемая детерминистская задача, после чего решение этой вероятностной задачи находится с помощью выборочных экспериментов, проведение которых, по существу, и есть моделирование.

Математика и биологическая изменчивость.

Как хорошо известно, одним из самых плодотворных способов описания характера изменчивости является применение соответ ствующего закона распределения, который определяет вероятность того, что результат измерения какого-либо параметра индивиду ума, выбранного случайным образом, будет иметь любое заданное значение или лежать в определенном интервале значений. Такие непрерывные параметры, как рост, вес и т. п., нередко удовлетво рительно описываются кривой нормального, или гауссова, рас пределения (несмотря на то, что теоретически эта кривая лежит в интервале от —∞ до +∞)



где (µ — математическое ожидание, а о — среднее квадратическое отклонение. Если такая кривая применяется для описания рас пределения людей по росту, то вероятность того, что рост данного человека находится в интервале от X1 до X2 , равна



Нормальное распределение является одним из простейших с точки зрения математики. Кроме того, существует ряд теоретических оснований, позволяющих предполагать, что многие распределения, встречающиеся на практике, должны быть близки к нормальному, и это предположение действительно часто подтверждается. Этих соображений вполне достаточно для того, чтобы нормальное распределение заняло важное положение в теории вероятностей и математической статистике. Для описания дискретных величин в тех случаях, когда имеется ограниченное число альтернативных наблюдений (например, таких, как число детей-альбиносов в семье данного состава), может оказаться пригодным биномиальное распределение. Если имеетя п индивидуумов и вероятность того, что какой-либо из них обладает определенным признаком, равна р (независимо от дру гих индивидуумов), то вероятность наблюдения г индивидуумов с данным признаком имеет биномиальное распределение и равна



Распределение числа радиоактивных частиц, испускаемых за данный промежуток времени некоторой большой массой радио активного вещества, числа дорожно-транспортных происшествий, происходящих за данный промежуток времени при определенных условиях, или числа лейкоцитов, наблюдаемых в одном квадрате гемоцитометра, лучше всего описывается законом Пуассона, согласно которому вероятность наблюдения г событий равна



где m — среднее значение случайной величины

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Для статистической проверки вероятностной модели важнейшую роль играет понятие статистического критерия значимости. Конкретный способ выполнения проверок в некоторой степени зависит от того, какая из нескольких моделей статистического вывода выбирается. Не следует удивляться тому, что хорошо обоснованные разные модели нередко могут приводить к одина ковым практическим методам и результатам. Здесь мы остановимся лишь на наиболее широко используемой, так называемой «частотной» интерпретации вероятности. В соответствии с этим подходом необходимо проводить четкое различие между «вероятностью» применительно к результатам экспериментов, которые были или могли быть проведены, и «вероятностью», характеризующей степень нашей уверенности в некоторой гипотезе. Таким образом, «вероятность» характеризуется частотой, которую, во всяком случае в принципе, можно наблюдать.

Построенная первоначально математическая модель представ ляет собой так называемую нулевую гипотезу. Нулевая гипотеза может быть довольно простой, например допущение о том, что распределение числа детей в семье по полу является биномиал ным с р = 0,5 (т. е. отношение полов равно единице). Чтобы про верить справедливость этой гипотезы для данной семьи, нужно изучить фактические данные; при этом может оказаться, что, скажем, в семье пять детей и все они девочки. Оценим теперь вероятность фактического события, которое произошло, и вероятность любого другого столь же вероятного или более редкого события, которое может произойти. Несколько необычная форма данной методики вызывается тем, что какой-либо конкретный экспериментальный результат может иметь очень малую вероят ность, особенно если число различных наблюдаемых событий очень велико. (Строго говоря, для непрерывных случайных вели чин вероятность появления любого заданного значения равна нулю.) Поэтому нас больше интересует, принадлежит ли набл даемый результат к классу необычных событий, резко отличаю щихся от наиболее вероятного результата. В приведенном выше примере наиболее вероятным является наличие в семье, насчиты вающей пятеро детей, двух или трех девочек; менее вероятно появление одной или четырех девочек; наименее вероятно отсут ствие девочек или наличие пяти девочек. Наблюденное значение, равное пяти, принадлежит к последнему классу «0 или 5», вероятность Р которого равна Vie, или 6,25%. Если вероятность Р наблюдаемого события велика, например не менее 30%, то это означает, что оно является весьма распро страненным. Если же значение Р достаточно мало, например менее 5%, то наблюдаемое событие принадлежит к классу довольно редких. В этом случае можно вообще отвергнуть нулевую гипотезу, вместо того чтобы придерживаться ее и считать, что произошло маловероятное событие. Выводы, к которым мы приходим при таком подходе, в значительной мере зависят от того, где проводится граница между приемлемыми и неприемлемыми значе ниями Р, т. е. от уровня значимости. Разумеется, необходимо отдавать себе отчет в том, что применение такого критерия для проверки значимости еще не гарантирует полностью отсутствия ошибки. Даже если нулевая гипотеза справедлива, то в доле случаев, равной Р, при использовании данного критерия она будет отвергнута. Если значение Р очень велико, то довольно часто истинная гипотеза будет отвергаться, что приведет к ложным выводам. Если нее значение Р очень мало, то мы лишимся возможности отвергнуть ложную гипотезу и развить новые идеи. Широко используется 5%-ный уровень значимости, который, как показы вает опыт, в общем случае вполне пригоден. В некоторых особых случаях могут ставиться и другие требования. Ясно, что более осторожный исследователь (скажем, тот, кто занимается испытанием сильнодействующих лекарственных препаратов) будет считать желательным более низкий уровень значимости — возможно, 1%-ный или даже меньше. Возвращаясь к приведенному выше примеру, можно видеть, что наблюденное значение Р = 6,25% как раз и не является статистически значимым при 5%-ном уровне. Принимая такой уровень значимости, мы допускаем, что первоначальная гипотеза (р = 0,5) все еще приемлема и вероятность того, что следующим ребенком в семье будет мальчик, по-прежнему равна V2 . Однако если в семье появилось шесть девочек, то значение Р становится равным примерно 3%, и следует отвергнуть нулевую гипотезу, согласно которой соотношение полов равно единице.

Ещё один интересный вопрос, дающий широкие возможности для применения математики в биологии, – листорасположение у деревьев и других растений.

На уроках ботаники мы обращаем внимание на то, что очередное листорасположение подчиняется *правилу* ***золотого сечения***: дробь, числитель которой — это число оборотов на стебле, а знаменатель — число листьев в цикле, соответствует *рядам Фибоначчи*, например, 3/8 или 5/13.

*Логарифмическую спираль* можно обнаружить в расположении семян в корзинках сложноцветных, чешуй — в шишках голосеменных, колючек на стебле кактусов. Во всех этих случаях спирали заворачиваются навстречу друг другу, а число правых и левых спиралей всегда относится друг к другу как соседние числа в ряду Фибоначчи.

Переходя к курсу зоологии, мы вновь сталкиваемся с логарифмической спиралью в строении раковины моллюска. По законам золотого сечения построены тела бабочек, стрекоз и ящериц, этому же правилу подчиняется форма яиц птиц. Та же логарифмическая спираль обнаруживается и в строении костного лабиринта (улитки) внутреннего уха.

Также математические методы могут пригодиться нам при вычислении изменения количественного состава популяций.

Пример. Численность популяции составляет 5 тыс. особей. За последнее время в силу разных причин (браконьерство, сокращение ареалов обитания) она ежегодно сокращалась на 8%. Через сколько лет (если не будут предприняты меры по спасению данного вида и сохранятся темпы его сокращения) численность животных достигнет предела – 2 тыс. особей, за которым начнётся вымирание этого вида?

Решение: Применим для вычисления формулу сложных процентов:



Sкон = 2 тыс.- численность животных по истечению искомого времени

Sнач=5 тыс. –численность животных в начальный момент времени

P=8%сокращение численности животных

Предварительно разделив обе части уравнения на 1000 получим:







Ответ: Приблизительно через 11 лет.

Также математические вычисления нам пригодятся при решении задач на закон Харди-Вайнберга:

Положение популяционной генетики, гласящее, что в популяции бесконечно большого размера, в которой не действует естественный отбор, не идет мутационный процесс, отсутствует обмен особями с другими популяциями, не происходит дрейф генов, все скрещивания случайны — частоты генотипов по какому-либо гену (в случае если в популяции есть два аллеля этого гена) будут поддерживаться постоянными из поколения в поколение и соответствовать уравнению:



Рассмотрим решение нескольких вариантов задач по данной теме.

Задача 1. В популяции человека количество индивидуумов с карим цветом глаз составляет 51%, а с голубым – 49%. Определите процент доминантных гомозигот в данной популяции.

 Поскольку известно, что карий цвет глаз доминирует над голубым, обозначим аллель, отвечающую за проявление признака кареглазости А, а аллельный ему ген, ответственный за проявление голубых глаз, соответственно, а. Тогда кареглазыми в исследуемой популяции будут люди как с генотипом АА (доминантные гомозиготы, долю которых и надо найти по условию задачи), так и - Аагетерозиготы), а голубоглазыми – только аа (рецессивные гомозиготы).

По условию задачи нам известно, что количество людей с генотипами АА и Аа составляет 51%, а количество людей с генотипом аа - 49%. Как можно вычислить процент кареглазых людей только с генотипом АА?

Для этого вычислим частоты встречаемости каждого из аллельных генов А и а в данной популяции людей. Обозначив частоту встречаемости аллели А в данной популяции буквой q, имеем частоту встречаемости аллельного ему гена а = 1 – q. (Можно было бы обозначить частоту встречаемости аллельного гена а отдельной буквой, как в тексте выше – это кому как удобнее). Тогда сама формула Харди-Вайнберга для расчета частот генотипов при моногибридном скрещивании при полном доминировании одного аллельного гена над другим будет выглядеть вот так:

q2 AA+ 2q(1 – q)Aa + (1 – q)2aa = 1.

(1 – q)2 = 0,49 – это частота встречаемости людей с голубыми глазами.

Находим значение q: 1 – q = корень квадратный из 0,49 = 0,7; q = 1 – 0,7 = 0,3, тогда q ² = 0,09.

Это значит, что частота кареглазых гомозиготных особей АА в данной популяции будет составлять 0,09 или доля их будет равна 9%.

Ответ: частота кареглазых гомозиготных особей АА равна 9 %.

III. Заключение

На примере проведенного мною исследования видно, что математика необходима для биологии. Применение математики в биологии не ограничивается практическим приложением, она позволяет абстрактно подойти к решению сложных проблем. Математика открыла для многих наук разные методы исследования, каждое явление реального мира можно исследовать математически. Область применения математики в биологии очень велика, все знания, которые мы получили во время нашего обучения обязательно нам пригодятся.

Благодаря исследованию мне удалось протестировать свою эмуляцию и провести небольшой эксперимент, в итоге я на практике воспользовался математическими методами и на себе ощутил их важность.

IV. Список источников информации

Н. БЕЙЛИ МАТЕМАТИКА В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ Перевод с английского Е. Г. КОВАЛЕНКО

Зайцев, Валентин Федорович. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям

А. Д. Полянин, В. А. Зайцев. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 576 с.

Игошин, Владимир Иванович. Задачи и упражнения по математической логике и теория алгоритмов :учебное пособие для вузов/В. И. Игошин.-4-е изд., стереотип.-М.:Академия,2008.-302с.

Беклемишева, Людмила Анатольевна. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре /Л. А. Беклемишева, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров ; под ред. Д. В. Беклемишева.-Изд. 2-е, перераб.-М.:ФИЗМАТЛИТ,2006.-494с.