Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение

города Москвы "Школа № 2005"

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

Автор:

Зобнин Артем Романович

Ученик 9 класса «А»,

ГБОУ Школа № 2005

Руководитель:

Соколова Наталья Борисовна

Учитель математики,

ГБОУ Школа № 2005

Москва, 2023

Оглавление

[Введение 2](#_Toc130241770)

[Цели 3](#_Toc130241771)

[Задачи 3](#_Toc130241772)

[Методика выполнения работы по исследованию изменения коэффициентов 3](#_Toc130241773)

[Выводы из первой части исследования 4](#_Toc130241774)

[Методика выполнения работы по исследованию «каскада» парабол 5](#_Toc130241775)

[Выводы из второй части исследования «каскада» парабол 6](#_Toc130241776)

# Введение

Когда в школе мы изучали параболы, я заинтересовался тем, как будет меняться график квадратичной функции при изменении каждого из коэффициентов A,B и C. Для того, чтобы каждый раз не строить функции карандашом на бумаге, я решил написать программу на Python и посмотреть, на поведение параболы.

Написав программу, я случайно нарисовал прямую, которая пересекала мою параболу. Мне стало интересно, какая получится парабола, если ее корнями будут координаты точек пересечения прямой и моей параболы. И я решил провести исследование, в результате которого у меня получились красивые картинки с закономерностями. Эти закономерности заставляют задуматься и продолжить исследования.

Поэтому я решил оформить в виде проекта мои исследования и назвал его: «Исследование свойств квадратичной функции».

# Цели

1. Определить, как меняется график квадратичной функции в зависимости от изменения каждого коэффициента. Найти закономерности.
2. Исследовать графики парабол (каскад), получающихся путем определения их корней. Корнями являются точки пересечения прямой и предыдущей параболы.

# Задачи

1. Для цели: «Определить, как меняется график квадратичной функции в зависимости от изменения каждого коэффициента. Найти закономерности.»
   1. Написать алгоритм на Python и разработать интерфейс приложения, иллюстрирующего изменение графика квадратичной функции в зависимости от изменения каждого коэффициента.
   2. Определить закономерности изменения координат вершины параболы при изменении каждого коэффициента.
   3. Проиллюстрировать закономерности.
   4. Сделать выводы.
2. Для цели: «Исследовать графики парабол (каскад), получающихся путем определения их корней. Корнями являются точки пересечения прямой и предыдущей параболы.»
   1. Написать алгоритм на Python и разработать интерфейс приложения, иллюстрирующего «Каскад из парабол»
   2. Определить закономерности изменения координат вершин каждой следующей параболы.
   3. Проиллюстрировать закономерности.
   4. Сделать выводы.

# Методика выполнения работы по исследованию изменения коэффициентов

На языке программирования Python я написал алгоритм демонстрирующий график квадратичной функции.

Коэффициенты А,В и С задаются путем установки бегунков на выбранных значениях:

1. Из первой шкалы выбирается коэффициент А, в моем случае из диапазона от -0,3 до 0,3 т.к. это более наглядно. Если коэффициент А брать с большими по модулю значениями, тогда парабола будет слишком узкая.
2. Из второй шкалы выбирается коэффициент В, в моем случае из диапазона от -7 до 7 т.к. это более наглядно.
3. Из третьей шкалы выбирается коэффициент С, в моем случае из диапазона от -300 до 300.

# Выводы из первой части исследования

**Изменяя постепенно коэффициент А, можно сделать выводы, что у параболы:**

1. Меняется «Развал» - чем меньше значение, тем шире расположены ветви. И при А=0 парабола превращается в прямую y=bx+c. А чем больше значения коэффициента А, тем ближе друг к другу располагаются ветви.
2. Меняется координата вершины. Я заметил, что вершина «бегает» по прямой. Я решил вывести уравнение этой прямой:

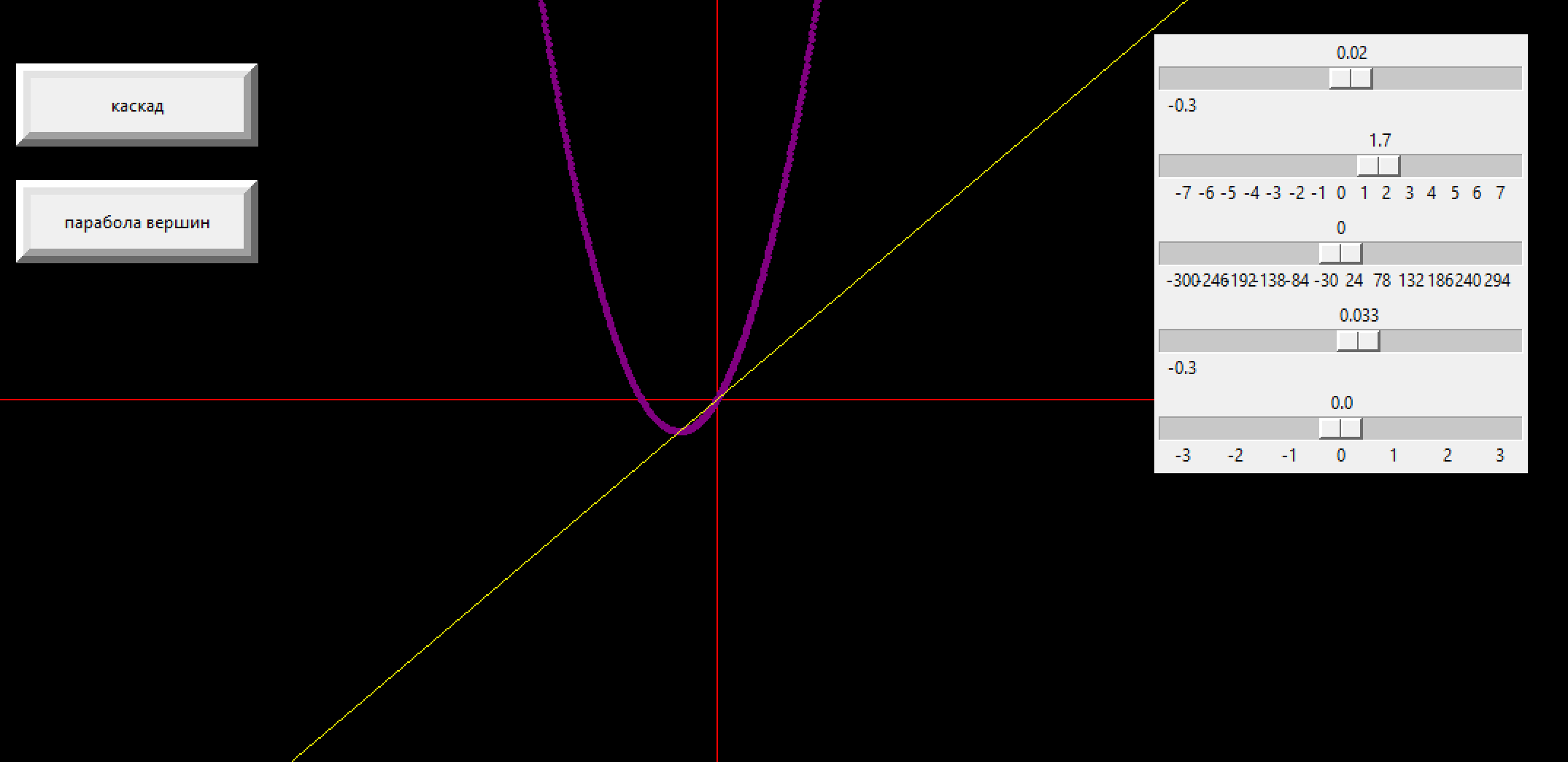
- координата вершины

- выразим

- подставим в уравнение параболы

- получим

Построив график этой прямой одновременно с параболой, я убедился, что действительно при изменении коэффициента А парабола «бегает» по прямой



**Изменяя постепенно коэффициент В, можно сделать выводы, что у параболы:**

Меняется координата вершины. Я заметил, что вершина «бегает» по другой параболе. Я решил вывести уравнение этой параболы:

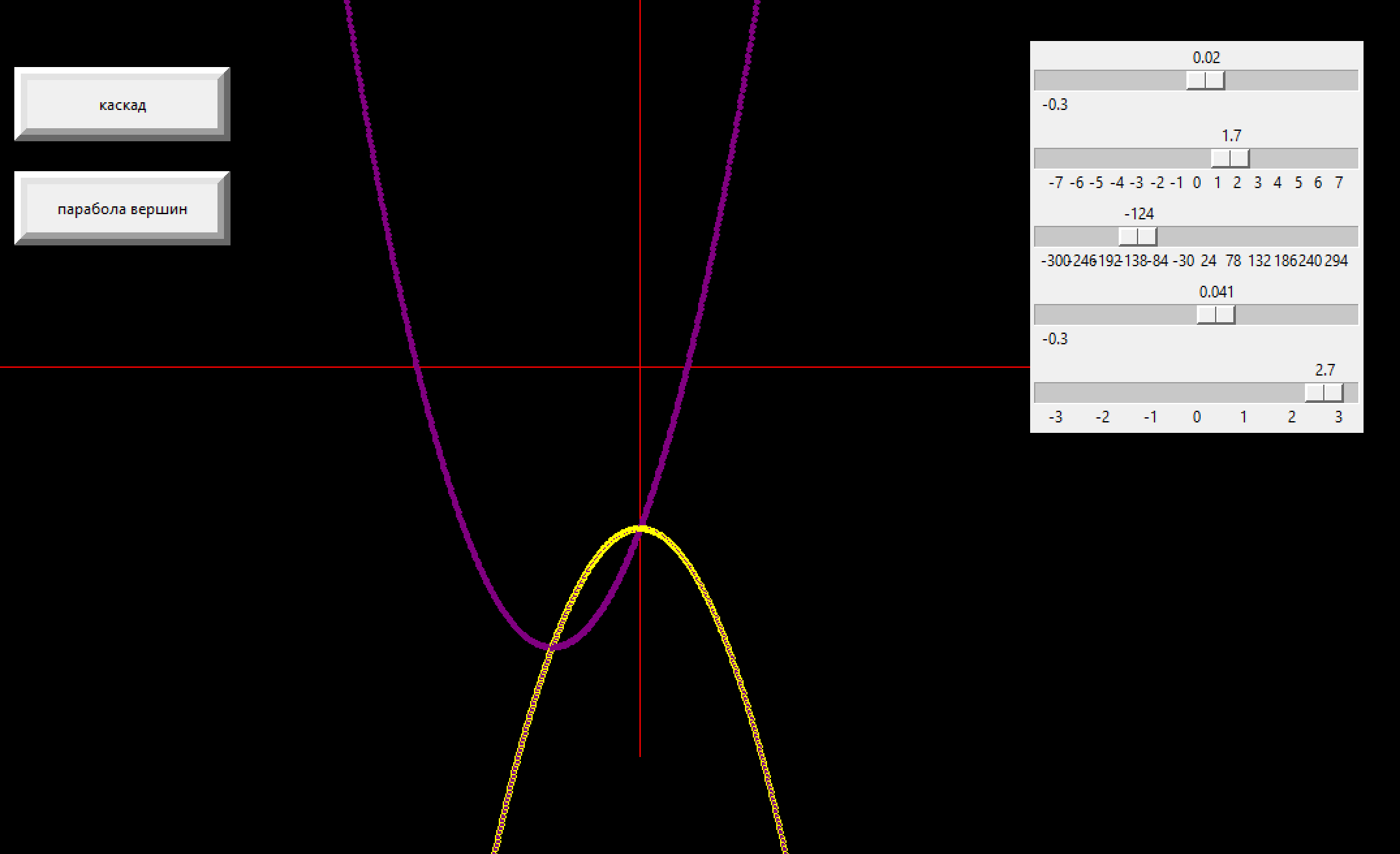
- координата вершины основной параболы

- выразим

- подставим в уравнение параболы

- получим

Построив график этой параболы одновременно с основной параболой, я убедился, что действительно при изменении коэффициента В парабола «бегает» по параболе



**Изменяя постепенно коэффициент С, можно сделать выводы, что у параболы:**

Меняется координата вершины – перемещается вниз/вверх.

# Методика выполнения работы по исследованию «каскада» парабол

* + - 1. На языке программирования Python я написал алгоритм демонстрирующий

- график квадратичной функции

- пересекающую его прямую .

Каждый коэффициент А, В и С также, как в первой части берется из соответствующей шкалы.

Коэффициенты прямой K и M задаются непосредственно в программе.

* + - 1. У построенных параболы и прямой получились две точки пересечения.

Зная уравнения параболы и прямой, я нашел координаты этих точек, решив систему уравнений:

приравняв правые части

=

Пусть координаты точек пересечения параболы и прямой по Х обозначены Х1 и Х2.

1. Я представил, что получившееся при решении системы уравнение задает новую параболу , с корнями Х1 и Х2 и построил ее график.

Далее я заметил, что моя прямая также пересекает эту новую параболу

, и решил снова найти координаты точек пересечения.

Еще раз решая систему уравнений, мы получаем еще одни корни, через которые проходит следующая парабола.

Повторив процедуру описанную в первый раз, я получил уравнение:

и построил график этой функции

.

1. Повторяя это много раз, мы получим целый каскад парабол, с общим уравнением:

, где n – номер параболы.

Я написал алгоритм на языке программирования Python, который строит графики:

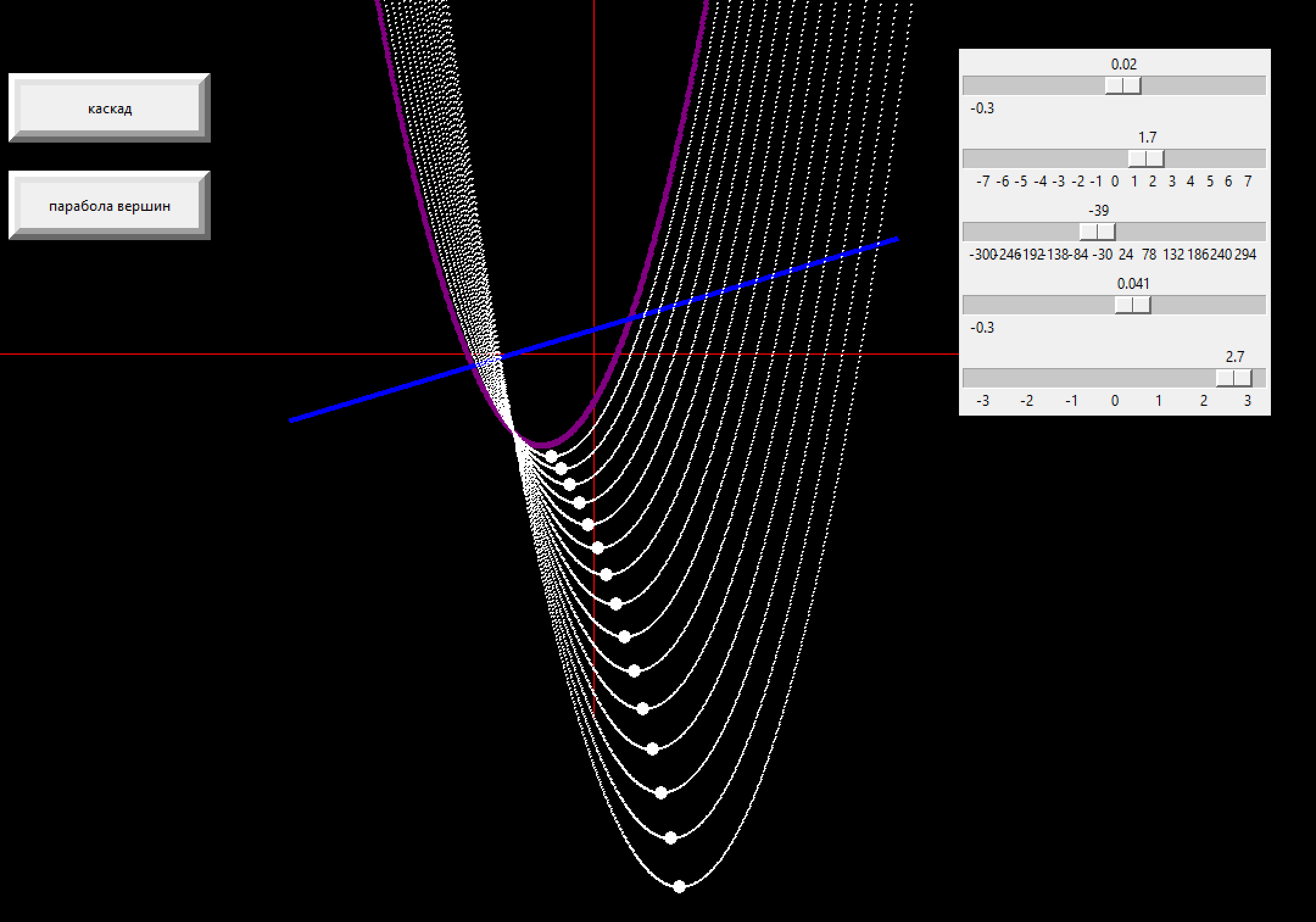
- исходной параболы - фиолетовая

- пересекающую его прямую – синяя

- каскад парабол – белые.

# Выводы из второй части исследования «каскада» парабол

После реализации построения параболы, пересекающей ее прямой и «каскада» парабол, на экране получилась довольно-таки красивая картина:



Если приглядеться, то можно заметить, что вершины этих парабол «каскада» лежат как бы на параболе.

Я решил исследовать это и вывести уравнение этой параболы.

Координаты вершины:

В этих уравнениях координаты вершины имеют общее , если его выразить из и поставить в , тогда получится уравнение зависимости Y от Х. Это и будет новая парабола, проходящая через все вершины парабол каскада

Я не ожидал, что она будет похожа на самую первую (у них одинаковые коэффициенты A), только ветви направлены в противоположную сторону.

У этой параболы (нарисована желтым цветом) есть еще интересное свойство – ее вершина совпадает с точкой пересечения всех парабол каскада, а также по Х ее вершина совпадает с корнем уравнения прямой корень .

Эта интересная зависимость – положение прямой, пересекающей первую параболу, задает свойства всего каскада.

