Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

"Воронежский государственный педагогический университет"

Теоремы Ньютона в геометрии

 Выполнила: Фисенко Юлия Михайловна
 студентка 1 курса
Физико-математического факультета
Направление: Математика-Информатика.
Научный руководитель: Петросян Гарик Гагикович, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВПО «Воронежский Государственный Педагогический Университет».

Воронеж, 2017 г.

Содержание

1. Введение…………………………………………………………………….…..3

2. Основная часть……………………………………………………….………3-5

3. Используемая литература………………………………………………..…….5

**1.Введение**

Одним из величайших гениев научной мысли в истории человечества является выдающийся английский физик, математик и философ Исаак Ньютон. Сегодня его имя известно абсолютно всем.

Исаак Ньютон ( 25 декабря 1642 года — 20 марта 1727 года по юлианскому календарю)-английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики. Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики. Разработал дифференциальное и интегральное исчисления, теорию цвета, заложил основы современной физической оптики, создал многие другие математические и физические теории.

Основным методом, при помощи которого Ньютон доказывал и выводил свои утверждения, был геометрический метод. Ньютон открыл целый ряд геометрических фактов. О двух теоремах элементарной геометрии, связанных с именем Ньютона, сейчас и будет идти речь.

**2. Основная часть**

1 теорема. Во всяком описанном четырёхугольнике середины диагоналей и центр вписанной окружности расположены на одной прямой.

**2 теорема**. Пусть на плоскости даны четыре прямые в общем положении (на рисунке они показаны синим цветом), т. е. никакие две из этих прямых не параллельны, никакие три из них не проходят через одну точку. Тогда середины трёх отрезков (на рисунке они розовые), концами которых являются точки попарного пересечения четырех указанных прямых и которые сами не лежат на этих четырех прямых, расположены на одной прямой (на рисунке середины отрезков показаны красными точками).

На рисунке она показана зеленым цветом.

В отечественной литературе эту прямую обычно называют прямой Гаусса. В зарубежной-эту теорему иногда приписываю Ньютону.



**Задача.** Докажите, что во всяком описанном четырёхугольнике середины диагоналей и центр вписанной окружности расположены на одной прямой.

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

**Решение.** Докажем сначала следующее утверждение. Если на плоскости даны два отрезка $AB$ и $CD$ ($AB$ не параллельно$ CD$), то геометрическое место точек $M$, расположенных внутри одного из углов, образованных прямыми $AB$ и $CD$, и таких, что сумма площадей треугольников $ABM$  и $CDM$ постоянна, есть отрезок с концами на прямых $AB$ и $CD$.

Действительно, пусть прямые $AB$ и $CD$ пересекаются в точке $Q$. Отложим на сторонах угла $AQD$ отрезки $QE$ и $QF$, равные соответственно $AB$ и $CD$. Площадь треугольника $QEM$ равна площади треугольника $ABM$, (так как основания равны $OE=AB$, высота, опущенная из точки $M$ - общая), площадь треугольника $QFM$ равна площади треугольника $CDM$. Таким образом, аналогично сумма площадей $∆ABM$ и $∆CDM$ равна площади четырехугольника $QEMF$. В свою очередь, этот четырехугольник можно составить из $∆QEF$ и $∆EMF$. Поскольку точка $M$ перемещается так, что площадь четырехугольника остается постоянной, то постоянной будет и площадь $∆EMF$. Это означает, что точка $M$ перемещается по прямой, параллельной прямой $EF$.

Докажем теперь первую теорему Ньютона.

Пусть $ABCD$ —описанный четырёхугольник,  $O$ —центр вписанной окружности, $N$ и $K$ — соответственно середины диагоналей $AC$ и $BD$.

Если мы докажем, что сумма площадей треугольников $ABN$ и $CDN$ равна сумме площадей треугольников $ABK$ и $CDK $и равна сумме площадей треугольников $ABO$ и $CDO$, то из предыдущего утверждения будет следовать, что точки $N$, $K$ и $O$ лежат на одной прямой. Но площадь $∆ABN$ равна половине площади $∆ABC$, площадь $∆CDN$ равна половине площади $∆ADC$, следовательно, сумма площадей $∆ABN$ и $∆CDN$ равна половине площади четырехугольника $ABCD$. Точно так же сумма площадей $∆ABK$ и $∆CDK$ равна половине площади четырехугольника $ABCD$.

Пусть *r* -радиус окружности, вписанной в $ABCD$. Известно, что $S\_{ABCD}=pr$, где $p$ -полупериметр $ABCD$. С другой стороны, по свойству описанного четырехугольника $AB+CD=BC+DA$. Следовательно,

$$S\_{ ∆ABO}+S\_{ ∆CDO}=\frac{1}{2}\left(AB+CD\right)r=\frac{1}{2}pr=\frac{1}{2}S\_{ ABCD}$$

Таким образом, в самом деле, суммы площадей $∆ABN$ и $∆CDN$, $∆ABK$ и $∆CDK$, $∆ABO$ и $∆CDO$ равны между собой (равны половине площади четырехугольника $ABCD$), то есть точки $N$, $K$ и $O$ лежат на одной прямой.

**3. Используемая литература**

[https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема\_Ньютона\_(планиметрия)](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0_%28%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29)

[http://wp.wiki-wiki.ru/wp/index.php/Теорема\_Ньютона\_(планиметрия)](http://wp.wiki-wiki.ru/wp/index.php/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0_%28%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29)

[http://www.studmed.ru/docs/document16688/геометрическое-представление-функции-комплексного-переменного?page=2](http://www.studmed.ru/docs/document16688/%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5-%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5-%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8-%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE-%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE?page=2)

Факультативный курс по математике. 7-9 / Сост. И. Л. Никольская. — М.: Просвещение, 1991. — С. 329-334. — 383 с.