

УДК 512

## Решение задач ЕГЭ профильного уровня с параметром

Е. А. Стус

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, *e-mail: lfsn@yandex.ru*

**Аннотация.** Данная статья посвящена уравнениям, содержащим наряду с неизвестной величиной ещё и буквенные параметры, при различных числовых значениях которых меняется число решений уравнения, а иногда и его вид.

**Ключевые слова:** задачи с параметром, ЕГЭ, единый государственный экзамен, самостоятельное изучение, профильный уровень.

## The solution of USE profile level tasks containing a parameter

E. A. Stus

V. I. Vernadsky Crimean Federal University.

**Abstract.** This article is devoted to equations containing alphabetic parameters along with an unknown quantity, for different numerical values of which the number of solutions of the equation changes, and sometimes its form.

**Keywords:** tasks with a parameter, the Unified State Examination, a single state examination, an independent study, a profile level.

**MSC 2010:** 97D40, 97D50, 97D70

## Введение

Каждый год варианты ЕГЭ по школьному курсу математики содержат задачи с параметром. Эти задачи традиционно трудны как для абитуриентов, так и для большинства школьных учителей [1]. Если целью школьника является поступление на математическую специальность и ему нужен очень высокий балл по ЕГЭ, тогда он должен уверенно решать все задания базового и профильного уровней. Однако основным объектом внимания школьников должно быть задание №18 профильного уровня. Это задание требует умения комбинировать геометрические и алгебраические идеи, видеть за уравнением фигуру, за рисунком - решение уравнений и их систем; умения вообразить взаимное расположение двигающихся по плоскости линий и фигур [2]. По формулировке задачи с параметром можно отнести к одной из следующих групп:

- найти все значения параметра, для каждого из которых выполняются те или иные условия (уравнение, неравенство или система имеют определенное число решений; решение принадлежит определённому множеству или удовлетворяет определённым ограничениям и т.п.; сами решения находить при этом, как правило, не требуется);

- найти все значения параметра, при каждом из которых задача имеет хотя бы одно решение, и указать эти решения для каждого такого значения параметра [3].

## 1. Пример

Решим задачу с параметром из сборника ЕГЭ математика профильного уровня под редакцией И. В. Ященко [2, с. 20].

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt[2]{2-5x} \cdot \ln(36x^2 - a^2) = \sqrt[2]{2-5x} \cdot \ln(6x + a)$$

имеет ровно один корень.

Преобразуем данное уравнение:

$$\sqrt[2]{2-5x} \cdot (\ln(36x^2 - a^2) - \ln(6x + a)) = 0.$$

Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда равен нулю один из множителей. Первый случай:  $2 - 5x = 0$  и система уравнений:

$$\begin{cases} 36x^2 - a^2 > 0, \\ 6x + a > 0 \end{cases} ; \begin{cases} 6x - a > 0, \\ 6x + a > 0. \end{cases}$$

Если  $x = \frac{2}{5}$ , то система принимает вид:

$$\begin{cases} 6 \cdot \frac{2}{5} - a > 0, \\ 6 \cdot \frac{2}{5} + a > 0 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{12}{5} - a > 0, \\ \frac{12}{5} + a > 0 \end{cases} ; \begin{cases} a < \frac{12}{5}, \\ a > -\frac{12}{5}. \end{cases}$$

Получим при  $-\frac{12}{5} < a < \frac{12}{5}$  уравнение имеет единственный корень  $x = \frac{2}{5}$ .  
Второй случай  $2 - 5x \geq 0$ :

$$\begin{cases} 36x^2 - a^2 > 0, \\ 6x + a > 0 \end{cases} ;$$

$$\ln(36x^2 - a^2) - \ln(6x + a) = 0;$$

$$\ln \frac{(6x - a)(6x + a)}{6x + a} = 0;$$

$$\frac{36x^2 - a^2}{6x + a} = 1;$$

$$\frac{(6x - a)(6x + a)}{6x + a} - 1 = 0;$$

$$6x - a = 1; 6x = 1 + a;$$

$$x = \frac{1 + a}{6}.$$

Подставим в условие  $2 - 5x \geq 0$  найденное значение  $x$ :  $2 - 5x \geq 0$ ;

$$2 - 5 \cdot \frac{1 + a}{6} \geq 0;$$

$$\frac{12 - 5 - 5a}{6} \geq 0;$$

$$7 - 5a \geq 0; a \leq \frac{7}{5}.$$

Исследуем условие

$$\begin{cases} 36x^2 - a^2 > 0, \\ 6x + a > 0 \end{cases}; \begin{cases} 6x - a > 0, \\ 6x + a > 0 \end{cases}; \begin{cases} 6 \cdot \frac{1+a}{6} - a > 0, \\ 6 \cdot \frac{1+a}{6} + a > 0 \end{cases}; \begin{cases} 1 > 0, \\ a > -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Получим при

$$\begin{cases} a > -\frac{1}{2}, \\ a \leq \frac{7}{5} \end{cases};$$

$x = \frac{1+a}{6}$ , т.е.  $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{7}{5}$ , единственный корень  $x = \frac{1+a}{6}$ .

Корни  $x = \frac{2}{5}$  и  $x = \frac{1+a}{6}$  совпадают при  $a = \frac{7}{5}$ :  $\frac{2}{5} = \frac{1+a}{6}$ ;  $12 = 5(1+a)$ ;  $12 - 5 = 5a$ ;  $7 = 5a$ ;  $a = \frac{7}{5}$ .

Запишем получившиеся значения  $a$ , отвечающие условию примера

$$a \in \left(-\frac{12}{5}; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{7}{5}; \frac{12}{5}\right)$$

при котором уравнение имеет ровно один корень.

Ответ:  $-\frac{12}{5} < a < -\frac{1}{2}$ ;  $\frac{7}{5} \leq \frac{12}{5}$ .

## Заключение

В данной работе было рассмотрено решение задачи с параметром из сборника ЕГЭ 2018 (математика профильного уровня под редакцией И. В. Яценко), нахождение всех значений параметра, при каждом из которых уравнение имеет один корень.

### Список цитируемых источников

1. *Вронский Б. М.* Решение задач ЕГЭ с параметром // Математика, информатика, компьютерные науки, моделирование, образование: сборник научных трудов научно-практической конференции МИКМО-2017 и Таврической научной конференции студентов и молодых специалистов по математике и информатике. – 2017. – С. 257–258.
2. *Яценко И. В.* ЕГЭ. Математика. Профильный уровень : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов. – 2018. – 256 С.
3. *Шестаков С. А.* ЕГЭ 2018. Математика. Задачи с параметром. Задача 18 (профильный уровень) / Под. ред. И.В. Яценко. – 2018. – 288 С.