**Открытый урок по теме «Определенный интеграл».**

**«*Высшее назначение математики … состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе, который нас окружает» (Норберт Винер)***

**Цели занятия:**

1.  **образовательная:** введение понятия определенного интеграла, следуя естественноисторическому развитию математики; разъяснение его геометрического смысла; вычисление определенного интеграла;

2.  **развивающая:** развитие творческих способностей, логического мышления, умения обобщать и систематизировать знания;

3.  **воспитывающая:** воспитание познавательного интереса к математике, к истории ее развития.

**Тип урока:**комбинированный урок.

**Оборудование урока**: компьютер, листы опроса, таблица интегралов, высказывания математиков, таблица Брадиса, калькулятор.

**План урока:**

**1.**Организационный момент (2 мин).

**2.**Мозговой штурм (8мин).1

**3.**Математический диктант, самооценка (15 мин).

**4.**Актуализация темы и цели урока (4 мин).

**5.**Объяснение новой темы (40 мин).

·  Геометрический смысл задачи интегрирования.

·  Криволинейная трапеция.

·  Пример – интеграл через площадь.

·  «Метод исчерпывания» Архимеда.

·  Демонстрация метода на примере яблока.

·  Интегральная сумма.

·  Лабораторная работа на приближенное вычисление интеграла.

·  Формула Ньютона-Лейбница.

**6.**Закрепление темы (17 мин).

**7.**Домашнее задание. Рефлексия (4 мин).

**Ход урока.**

**1. Приветствие.**

«*Высшее назначение математики … состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе, который нас окружает»* (Норберт Винер)

**2.  Мозговой штурм.**

1.  Давайте разберёмся, если функция задается в виде многочлена третей степени, то какую степень имеет производная этой функции? А первообразная?

2.  Для какой функции производная совпадает с самой функцией?

3.  Производные каких функций равны 1, x, x2?

4.  Вспомним, какая функция называется первообразной для заданной функции на заданном промежутке?

5.  Если F(x) –первообразная для f(x), то каким равенством связаны они между собой?

6.  Какая из двух функций является первообразной другой: 5x4 и x5+11? Почему?

7.  Является ли функция F(x)=сtgx первообразной для функции f(x)= -1/sin2 x на R?

8.  Назовите все элементы равенства https://pandia.ru/text/78/256/images/image001_277.gif=F(x)+C.

9.  Какие из равенств записаны неверно:

1)  https://pandia.ru/text/78/256/images/image002_219.gif =3x2+C;

2)  https://pandia.ru/text/78/256/images/image003_171.gif =x+x2 /2+C? В чём ошибка?

10.  Как проверить результаты интегрирования?

**3.  Математический диктант.**

Древнегреческий поэт Нивей говорил, что математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед. Работаем самостоятельно.

В листах опроса напишем математический диктант. Пишем только ответ и сразу поднимаем ручку. (На доске последовательно пишутся задания, дожидаясь, пока будут подняты большинство рук.)

Задание 1.

Ответы пишите в первый столбец.

Найдите первообразную функции: y=5; y=2x; y=3x2; y=cosx; y=1/x.

Ответы на обороте доски: 5x; x2; x3; sinx; ln│x│.

Оцените себя на листе опроса.

Можно ли считать только данные ответы верными? Почему?

Как называется это множество всех первообразных?

Задание 2.

Ответы пишите во второй столбец.

Найдите интеграл:

1https://pandia.ru/text/78/256/images/image004_154.gif; 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image005_140.gif; 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image006_121.gif; 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image007_108.gif; 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image008_100.gif.

Ответы на обороте доски: 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image009_94.gif +c; 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image010_92.gif+c; 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image011_88.gif+c; https://pandia.ru/text/78/256/images/image012_81.gif+c; 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image013_75.gif+c.

Оцените себя на листе опроса.

Задание 3.

Графики, изображенные на рисунке, разбейте на пары «функция – ее первообразная».

*Ответы:*

*а - д,*

*д - б,*

*в - м,*

*м - е,*

*и - к,*

*ж – г,*

*л – з.*

**4.  Актуализация темы и цели урока.**

Выявите связь между понятиями, которые я назову, и продолжите этот ряд: 5 и 1/5, умножение и деление, возведение в квадрат и извлечение из-под корня, [дифференцирование](https://pandia.ru/text/category/differentciya/) и… Какой термин будет в паре? Почему? Какие это действия?

Интеграл, интегрирование, интеграция… Однокоренные слова, к тому же вышедшие за пределы математики и ставшие обиходными. В газетах читаем об интеграции наук, культур, в политике и экономике ведут речь об интегральных процессах.

Любопытно, что идеи интегрального исчисления возникли задолго до появления идей [дифференциального](https://pandia.ru/text/category/differentcial/) исчисления. Греческие математики Эвдокс и Архимед (4; 3 века до н. э.) для решения задач вычисления площадей и объемов придумали разбивать фигуру на бесконечно большое число бесконечно малых частей и искомую площадь (объем) вычисляли как сумму площадей (объемов) полученных элементарных кусочков.

Галилей, Кавальери, Торричелли, Паскаль, Барроу …

Во второй половине 17 века идеи, подготовленные всем предшествующим развитием математики, были гениально осознаны, обобщены и приведены в систему английским физиком и математиком И. Ньютоном и немецким математиком . Они создали стройную систему понятий и выработали правила, по которым можно вычислять интегралы.

Сегодня мы будем следовать естественноисторическому развитию математики и искать тот самый скрытый порядок в хаосе…

**5.  Объяснение новой темы.**

***1)*Геометрический смысл задачи интегрирования.**

Какая связь между величинами пути s(t) и v(t) - скорости?

Т. е, **s’(t)=v(t)** и обратное действие интегрирования дает **1https://pandia.ru/text/78/256/images/image014_70.gif=s(t).**

Таким образом, интеграл скорости равен пути.

Рассмотрим, в чем заключается геометрический смысл этого интеграла.

Пусть точка движется с постоянной скоростью *v=v0* . Графиком скорости в системе координат (*t,v*) будет прямая *v=v0* , параллельная оси t. Если считать, что в начальный момент времени t = 0 точка находилась в начале координат, то путь s, пройденный за время t, вычисляется по формуле s= *v0\** *t.* Эта величина представляет собой площадь прямоугольника, ограниченного графиком функции *v=v0,*осью абсцисс, осью ординат и параллельной оси ординат прямой. Т. о., путь точки равен площади под графиком.

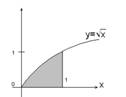
Если движение неравномерное, то скорость можно считать постоянной только на маленьком отрезке времени [*t, t+dt*]. Если скорость меняется по закону *v=v(t*), то путь, пройденный за отрезок времени [*t, t+dt*] выразится произведением *v(t)\* dt*. На графике это площадь прямоугольника со сторонами *v(t*) и *dt*. Точное значение пути за отрезок времени [*t, t+dt*] равно площади криволинейной трапеции, закрашенной на рисунке. Весь путь получится сложением площадей таких криволинейных трапеций, т. е. выразится как площадь под графиком.

Т. о. задача интегрирования тесно связана с задачей вычисления площади.

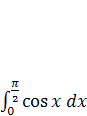
Вывод: *интеграл – это площадь*.

***Самостоятельная работа в листах опроса.***

***Вариант I.***

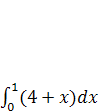
*1.  Запишите с помощью интеграла площадь фигуры, изображенной на рисунке: 1*

*Вычислите определенные интегралы:*

*2.  *

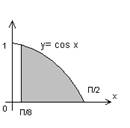
*3.  https://pandia.ru/text/78/256/images/image029_36.gif*

*4.  4. https://pandia.ru/text/78/256/images/image030_39.gif*

*5.  *

***Вариант II.***

*1.Запишите с помощью интеграла площади фигуры, изображенной на рисунке:*

**

*Вычислите определенные интегралы:*

*2. https://pandia.ru/text/78/256/images/image033_35.gif*

*3. https://pandia.ru/text/78/256/images/image034_32.gif*

*4.  https://pandia.ru/text/78/256/images/image036_27.gif 5. *

*Ответы: 1) https://pandia.ru/text/78/256/images/image039_27.gif 2) 1; 3) 8; 4) https://pandia.ru/text/78/256/images/image040_27.gif; 5) 4,5.*

**7.  Рефлексия деятельности.**

**Цель:**зафиксировать новое содержание, изученное на уроке;

оценить работу на уроке.

Что нового вы сегодня узнали на уроке?

Для чего можно использовать эти знания?

Как вы теперь понимаете слова «интеграция», «интегрирование»?

Проанализируйте свою деятельность на уроке и оцените свою работу.

**Домашнее задание по уровням.**

а) Решите самостоятельно задания любого уровня.

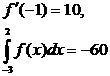
**Уровень 1 (на «3»).**

1) Вычислите интеграл: 1) 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image044_23.gif; 2) 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image045_21.gif; 3) 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image046_21.gif; 4) 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image047_21.gif; 5) 1https://pandia.ru/text/78/256/images/image048_22.gif.

2) Составьте алгоритм вычисления определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

**Уровень 2 (на «4», « 5»).**

1.  Найдите пары чисел a и b, при которых функция https://pandia.ru/text/78/256/images/image049_21.gif удовлетворяет условию:



2.  Без вычислений запишите, чему равен интеграл https://pandia.ru/text/78/256/images/image051_20.gif

Указание: используйте график функции y=https://pandia.ru/text/78/256/images/image052_21.gif

Каким свойством графика пользовались? Попробуйте сделать обобщение*.*