Переходные процессы в электрических цепях 12.1. Основные понятия и принципы анализа переходных процессов. законы коммутации. Законы коммутации В предыдущих темах было показано, что если к цепи приложено постоянное напряжение U, то в цепи протекает постоянный ток I = U/R, а если к цепи приложено синусоидальное напряжение и = Umsinωt, то в цепи с постоянными параметрами протекает синусоидальный ток i = Imsin(ωt − ϕ). Такие токи устанавливаются лишь через некоторое время после включения цепи или после изменения ее параметров и могут существовать все время, пока к ней приложено напряжение и параметры остаются неизменными. Эти токи называются установившимися токами, а соответствующие напряжения на отдельных участках цепи — установившимися напряжениями. Каждому установившемуся режиму электрической цепи соответствует строго определенное энергетическое состояние, т. е. определенные значения энергии электрического поля конденсатора и магнитного поля индуктивной катушки: . Любое изменение состояния электрической цепи (включение, отключение, изменение параметров цепи и др.) называется коммутацией. Будем считать, что процесс коммутации осуществляется мгновенно. Энергетическое же состояние цепи не может измениться мгновенно. Пусть, например, в цепи (рис. 12.1) при разомкнутом выключателе В протекает установившийся ток I1 = U/(R1 + R2 ), определяемый только сопротивлением R цепи. При замыкании выключателя, т. е. при шунтировании резистора R1 , установившийся ток в цепи 106 107 I2 = U/R2 ≥ I1 . Если предположить, что ток в цепи изменяется мгновенно от I1 до I2 , то это будет означать, что в индуктивной катушке в этот момент времени переменным током индуцируется э. д. с. самоиндукции eL = −L∆i/0 = ∞. Но любая э. д. с. самоиндукции препятствует изменению тока в цепи. Поэтому предположение о мгновенном изменении тока в цепи неверно. Только в идеальном случае, когда L = 0, можно рассматривать изменение тока как мгновенное. Таким образом, ток в цепи с индуктивностью не может измениться скачком. В этом заключается первый закон коммутации. Согласно второму закону коммутации, напряжение на зажимах конденсатора или другого емкостного элемента не может измениться скачком. Индуктивные и емкостные элементы являются инерционными, вследствие чего для изменения энергетического состояния электрической цепи требуется некоторый промежуток времени, в течение которого происходит переходный процесс. Длительность переходного процесса, как будет показано далее, зависит от параметров цепи. Хотя такой процесс обычно длится несколько секунд или даже доли секунды, токи и напряжения в это время на отдельных участках цепи могут достигать очень больших значений, иногда опасных для электроустановок. Поэтому нужно уметь рассчитывать токи и напряжения переходных процессов и на основании этих расчетов разрабатывать меры защиты электрической цепи. Как и любой динамический процесс в материальных системах переходный процесс в электрических цепях описывается дифференциальным уравнением. Режим линейных электрических цепей с постоянными параметрами R, L и С описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Так, режим цепи синусоидального тока при последовательной соединении элементов R, L и С и напряжении источника питания и = Umsinωt описывается дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами . (12.1) Полное решение такого неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами ищут в виде i = i′ + i″. где i′— частное решение данного неоднородного уравнения; i″ — общее решение однородного дифференциального уравнения. Ток i’ поддерживается в цепи напряжением источника питания и является установившимся током. Ток i” находят при решении уравнения без свободного члена. Физически это означает, что приложенное к цепи напряжение равно нулю, т. е. цепь представляет собой замкнутый контур, состоящий из последовательно соединенных элементов R, L и С. Ток в такой цепи может поддерживаться только за счет запасов энергии в магнитном поле индуктивной катушки или в электрическом поле конденсатора. Так как эти запасы ограничены и при протекании тока i” по элементам сопротивлением R происходит рассеU + – R1 L B I R1 Рис. 12.1. Схема анализа влияния коммутации 108 109 яние энергии в виде теплоты, то через некоторое время этот ток становится равным нулю. Ток i” называется свободным, так как его определяют в свободном режиме цепи. Таким образом полное решение дифференциального уравнения позволяет определить ток i в цепи в переходном режиме или напряжение на элементах цепи и = и’ + и”. 12.2. Переходные процессы при подключении к источнику постоянного тока цепи с последовательным соединением элементов с сопротивлением R и индуктивностью L Все катушки и обмотки электрических аппаратов и машин имеют сопротивление R и индуктивность L. Поэтому исследуемую электрическую цепь, изображенную на рис. 12.2, можно считать эквивалентной схемой индуктивной катушки или обмотки, включаемой на постоянное напряжение. uR U + – uL B i R L Рис. 12.2. Схема подключения цепи с последовательным соединением элементов с сопротивлением R и индуктивностью L к источнику напряжения постоянного тока В начальный момент времени тока в цепи нет и энергия магнитного поля индуктивной катушки равна нулю. После подключения цепи к источнику постоянного тока напряжением U в ней протекает ток I и энергия магнитного поля LI2 /2 > 0. Следовательно, в то время, когда происходит, изменение энергии магнитного поля индуктивной катушки (от 0 до LI2 /2), в цепи протекает переходный процесс и существует переменный ток i. Переходный процесс в такой цепи описывается дифференциальным уравнением (по второму закону Кирхгофа) . (12.2) Ток в установившемся режиме i' = I = U/R. Свободный ток i" находят, решая однородное дифференциальное уравнение с помощью характеристического уравнения Lp + R = 0, где коэффициент р — корень характеристического уравнения. Решение этого уравнения ищут в виде Таким образом, р = −R/L, а ток в переходном режиме . (12.3) Постоянную интегрирования А определяем с учетом первого закона коммутации из начальных условий: при t = 0 ток в цепи равен нулю. Получаем А = −U/R. В результате подстановки выражения А в формулу (12.3) получается . (12.4) Величина τ = L/R имеет размерность времени и называется постоянной времени цепи. Она характеризует скорость протекания переходного процесса. Чем больше τ (больше L), тем дольше протекает ток i" и тем длительнее переходный процесс. Как видно из рис. 12.3, свободный ток i" при t = 0 равен по значению установившемуся току I, но имеет обратное направление. С течением времени этот ток уменьшается до нуля. Об- 110 111 щий ток в цепи изменяется от нуля до установившегося значения по экспоненциальному закону. При t = τi" = −Iе-1. I i I t i' i" Рис. 12.3. Изменение токов в цепи с последовательным соединением элементов с сопротивлением R и индуктивностью L при подключении к источнику постоянного тока Это означает, что постоянная времени цепи τ равна такому промежутку времени, в течение которого свободный ток уменьшается в λ раз. В моменты времени t = kτ значения свободного тока i” = I/λk и по отношению к значению установившегося тока соответственно составляют (%): 36,00 (при t = τ); 13,50 (t = 2τ); 5,00 (t = 3τ); 1,80 (t = 4τ); 0,67 (t = 5τ); 0,25 (t= 6τ). Из этих данных следует, что уже при t = 5τ ток в цепи отличается от тока I менее чем на 1%, поэтому его можно считать установившимся. Падение напряжения на резисторе и R = Ri изменяется по такому же закону, что и ток. Падение напряжения на катушке индуктивности , (12.5) т. е. убывает с течением времени от значения напряжения источника питания до нуля (рис. 12.4). U 0 u uR uL τ τ τ t Рис. 12.4. Изменение напряжения на резисторе и катушке индуктивности при подключении к источнику постоянного напряжения.